תנועה הרמונית אנכית בהשפעת כוח קפיץ

א. מטרת הניסוי

חקירת התנועה ההרמונית הפשוטה של מסה הקשורה לקפיץ אנכי ובדיקת קיומו של הקשר המתאר את זמן המחזור של תנועה זו $\left(T = 2\pi\sqrt{m/k}\right)$.

ב. רקע תיאורטי

תנועה מחזורית

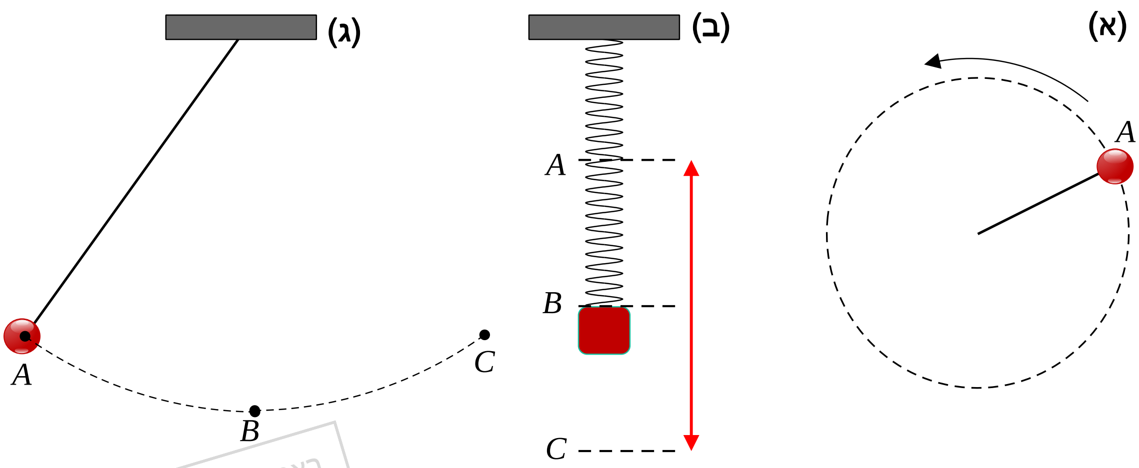
תנועה מחזורית היא תנועה שבה הגוף חוזר על מסלול תנועתו פעם אחר פעם כך שמתקיים התנאי שהוא חוזר לאותו מצב (כלומר לאותה נקודה ולאותה מהירות) מדי זמן קבוע T. זמן זה נקרא זמן המחזור.

דוגמאות לתנועות מחזוריות: תנועה מעגלית קצובה (איור 1א), תנועת מסה הקשורה לתקרה באמצעות קפיץ ואשר מתנדנדת סביב נקודת שיווי המשקל שלה ללא איבוד אנרגיה (איור 1ב) או תנועת מטוטלת, שבה מסה נקודתית הקשורה לתקרה באמצעות חוט שמסתו זניחה, והמתנדנדת הלוך ושוב סביב נקודת שיווי המשקל שלה ללא איבוד אנרגיה (איור 1ג). בתנועות המחזוריות ניתן להגדיר את הגדלים הבאים: מחזור, זמן מחזור ותדירות.

(1) מחזור של תנועה מחזורית הוא התנועה שהגוף משלים כשהוא מתחיל מנקודה מסוימת ועד שהוא חוזר לאותה נקודה ובאותה מהירות (גודל וכיוון).

(2) זמן המחזור הוא הזמן הדרוש לגוף להשלים מחזור אחד. זמן המחזור מסומן באות T, והוא נמדד בדרך כלל בשניות (s).

(3) התדירות מוגדרת כמספר המחזורים שהגוף משלים במשך יחידת זמן אחת. התדירות מסומנת באות f מהמילה frequency (תדירות). התדירות נמדדת ביחידות $1/\mathrm{s}$. יחידה זו נקראת הרץ והיא מסומנת ב- Hz. מתקיים הקשר הבא בין התדירות לזמן המחזור: $f = \dfrac{1}{T}$.



איור 1

תנועת תנודות

תנועת תנודות היא מקרה פרטי של תנועה מחזורית שבה הגוף חוזר על מסלולו הלוך וחזור.

דוגמאות לתנועות מסוג זה הן תנועת גוף הקשור לתקרה באמצעות קפיץ המתנדנד סביב נקודת

שיווי המשקל שלו כלפי מעלה וכלפי מטה ללא איבוד אנרגיה, או תנועת הגוף במטוטלת. תנועה מעגלית קצובה היא תנועה מחזורית אבל לא תנועת תנודות.

אם נבחן את כל התנועות מסוג זה, נגלה שבכולן מתקיימות התכונות הבאות:

1) קיימות שתי נקודות שבהן הגוף עוצר רגעית. נקודות אלה מהוות את קצוות המסלול.
2) קיים כוח (או רכיב של כוח) הפועל על הגוף ומכוון תמיד לכיוון נקודת מרכז התנועה, והוא סימטרי בגודלו ביחס לנקודה זו. כוח זה נקרא כוח מחזיר, בגלל שהוא פועל תמיד להחזרת הגוף לנקודת המרכז.
3) הכוח המחזיר מתאפס במרכז המסלול.

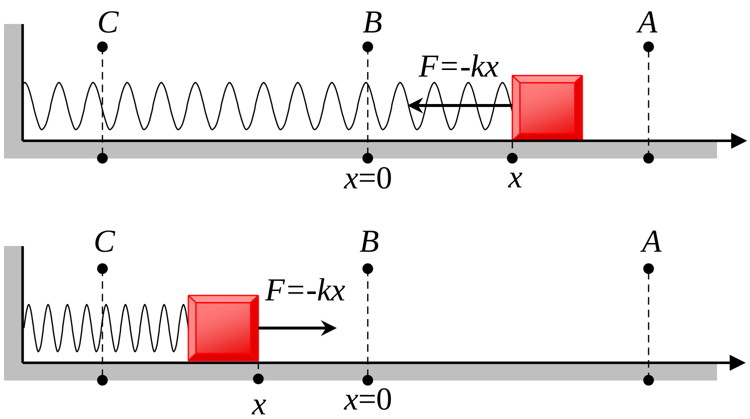
תנועה הרמונית פשוטה

תנועה הרמונית פשוטה היא מקרה פרטי של תנועת תנודות שבה הגוף נע לאורך קו ישר, והכוח המחזיר הפועל עליו נמצא ביחס ישר להעתק הגוף ביחס לנקודה שבה הכוח המחזיר מתאפס.

דוגמה לתנועה הרמונית פשוטה היא תנועת גוף המונח על משטח אופקי וחלק וקשור לקיר באמצעות קפיץ, כך שהוא מתנדנד סביב נקודת שיווי המשקל שלו כפי שמתואר באיור 2. אם נבחר את הכיוון החיובי של ציר x בכיוון התארכות הקפיץ ואת $x=0$ בנקודת שיווי המשקל (הנקודה שבה הקפיץ רפוי), נקבל שהכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף נתון על ידי:

$$F_{sp} = -k\Delta\ell = -k(x-0) = -kx \qquad (1)$$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ. במקרה זה גודלו של הכוח המחזיר נמצא ביחס ישר להעתק הגוף מנקודת שיווי המשקל. הסימן $(-)$ בקשר האחרון מראה שכיוון כוח הקפיץ מנוגד לכיוון העתק הגוף ביחס לנקודת שיווי המשקל, כלומר הוא כוח מחזיר.



איור 2

גם תנועת התנודות של גוף הקשור באמצעות קפיץ לנקודה קבועה בתקרה כפי שמתואר באיור 3, היא תנועה הרמונית פשוטה. על הגוף במקרה זה פועלים שני כוחות mg ו- F_{sp}. אם נבחר את ציר התנועה (ציר y) אנכי וכיוונו החיובי כלפי מטה, ואת $y=0$ בנקודת שיווי המשקל, נקבל שהכוח השקול במקרה זה נתון על ידי:

$$\Sigma F = -ky \qquad (2)$$

מכיוון שהכוח במקרה זה נמצא ביחס ישר להעתק הגוף מנקודת שווי המשקל, נקבל שהתנועה המחזורית המתקבלת במקרה זה היא תנועה הרמונית פשוטה סביב נקודת שיווי המשקל.

מהו המיוחד בתנועה הרמונית פשוטה?

המיוחד בתנועה זו הוא שניתן לתאר אותה באופן מתמטי מלא, כלומר ניתן למצוא ביטויים מתמטיים עבור המיקום, המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן. בנוסף ניתן לבטא את זמן המחזור והתדירות בתנועה זו בתלות בגדלים המאפיינים מערכת זו.

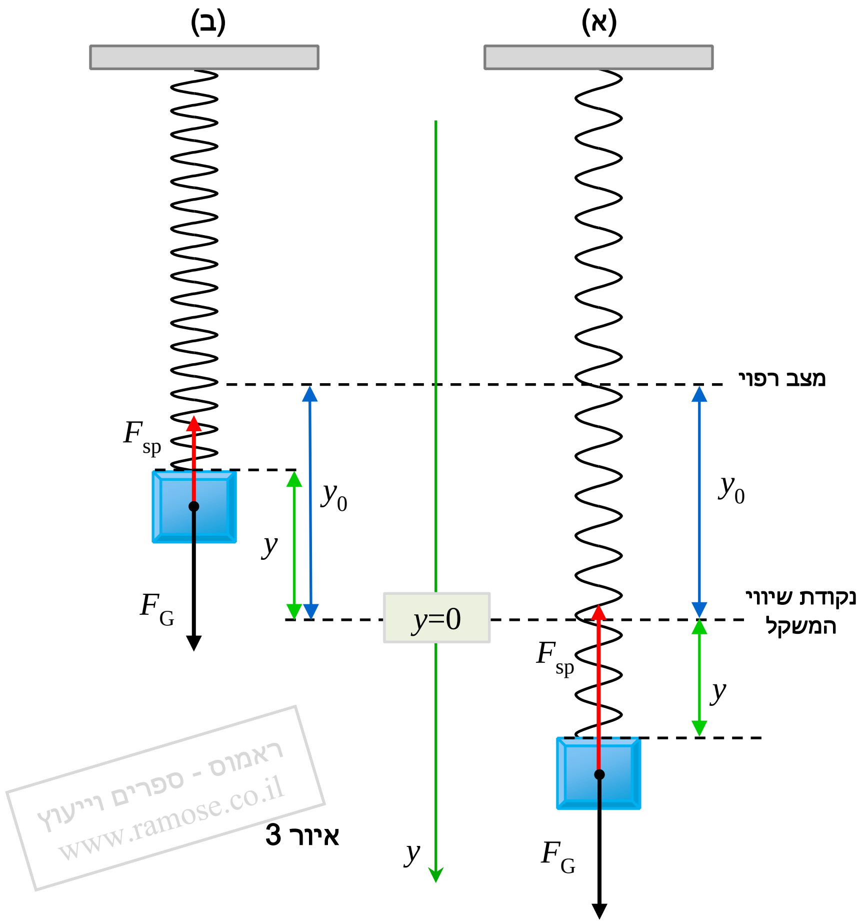
מתקיים שזמן המחזור בתנועה הרמונית פשוטה נתון על ידי הביטוי הבא:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{3}$$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ, ו- m היא מסת הגוף הקשור לקפיץ. מהקשר האחרון מתקבל שתדירות התנועה נתונה על ידי:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4}$$

שים לב שזמן המחזור וגם התדירות בתנועה ההרמונית הפשוטה אינם תלויים במשרעת התנועה.



איור 3

ג. מכשור וציוד

1) סטנד.
2) קפיץ עם וו.
3) סרגל ארוך.
4) סטופר.
5) משקולות.

ד. הניסוי (בניית המערכת וביצוע הניסוי)

בניסוי זה קיימים שני חלקים. בחלק הראשון מודדים את קבוע הקפיץ, ובחלק השני בודקים קיומה של המשוואה $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.

החלק הראשון

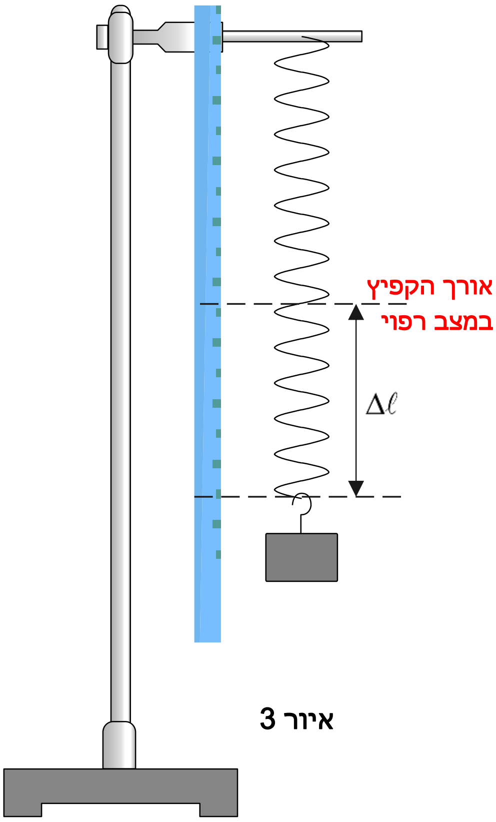
(1) קשור קצה אחד של הקפיץ לנקודה קבועה במוט אופקי המקובע על סטנד, ולקצה האחר שלו קשור וו (ראה איור 3).

(2) קשור סרגל לסטנד, וסמן על הסרגל את הנקודה שבה נמצא קצה הקפיץ כשהוא במצב רפוי (איור 3).

(3) תלה על הוו משקולת אחת, רשום את כוח הכובד (F_G) הפועל על המשקולת, ואת התארכות הקפיץ $(\Delta\ell)$.

(4) חזור על הפעולה שבסעיף הקודם מספר פעמים, כך שבכל פעם יש להוסיף משקולת נוספת. קבץ את התוצאות שתקבל בטבלה המתארת את התארכות הקפיץ כפונקציה של הכוח הפועל על הקפיץ (שהוא שווה בגודלו ל- F_G במקרה זה).

$F_G\,(\mathrm{N})$					
$\Delta\ell\,(\mathrm{m})$					

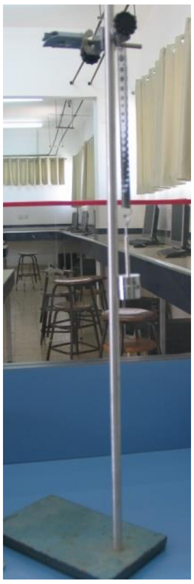


איור 3

החלק השני

(1) קשור קצה אחד של הקפיץ למוט האופקי בסטנד.

(2) קשור משקולת אחת לקצה האחר של הקפיץ, כפי שמתואר באיור 4, ורשום את גודלה של



איור 4

המסה של משקולת זו.

(3) הסט את המשקולת בכיוון אנכי כלפי מטה ביחס לנקודת שיווי המשקל, ושחרר אותה ממנוחה. מדוד באמצעות הסטופר את הזמן הדרוש למשקולת לבציע 10 מחזורים, שנסמן אותו ב-t_{10}. (זכור שזמן המחזור אינו תלוי במשרעת). את הסטופר יש להפעיל כשהמשקולת נעצרת רגעית בנקודה הנמוכה ביותר (או הגבוהה ביותר במסלולה), לספור 10 מחזורים, ובסוף המחזור האחרון יש לעצור את הסטופר ולרשום את הזמן (t_{10}).

(4) חזור על המדידה הקודמת מספר פעמים, כך שבכל פועם יש להוסיף משקולת נוספת.

(5) קבץ את התוצאות המתקבלות בטבלה הבאה:

$m(\text{kg})$						
$t_{10}(\text{s})$						

ה. עיבוד התוצאות

החלק הראשון:

1) שרטט גרף המתאר את התארכות הקפיץ $(\Delta\ell)$ כפונקציה של כוח הכובד הפועל על המשקולת הקשורה לקפיץ (F_G).

2) חשב את קבוע הקפיץ באמצעות הגרף.

החלק השני:

1) הכן טבלת הכוללת 3 עמודות: זמן המחזור (T), ריבוע זמן המחזור (T^2) ומסת המשקולת (m):

$T=t_{10}/10\ (\text{s})$	$T^2\ (\text{s}^2)$	$m(\text{kg})$

2) שרטט על סמך הטבלה גרף המתאר את T^2 כפונקציה של m.

3) חשב באמצעות הגרף את קבוע הקפיץ והשווה לתוצאה שקיבלת בחלק הראשון של הניסוי.

ו. שאלות הכנה

(1) הגדר: תנועה מחזורית, תנועת תנודות ותנועה הרמונית.

(2) קבע מהו התנאי שצריך להתקיים על מנת שתנועת גוף תהיה תנועה הרמונית פשוטה.

(3) מהו המאפיין של תנועה הרמונית פשוטה לעומת תנועת תנודות.

(4) הגדר את קבוע הקפיץ וקבע מהי יחידת גודל זה.

(5) הסבר מדוע בניסוי זה מודדים את הזמן של 10 מחזורים ומחלקים את התוצאה ב-10, ולא מסתפקים במדידת זמן מחזור אחד.

(6) הסבר מדוע בחלק השני של הניסוי משרטטים גרף המתאר את T^2 כפונקציה של m ולא T כפונקציה של m.

(7) הסבר כיצד מחשבים את קבוע הקפיץ בחלק השני של הניסוי.