

## שימור אנרגיה בתנועת גוף בהשפעת כוח הקפיץ

### א. מטרת הניסוי

חקירת שימור האנרגיה עבור גוף אשר נע בהשפעת כוח הקפיץ.

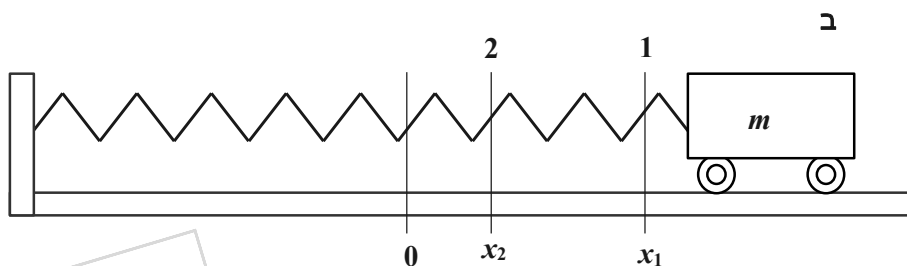
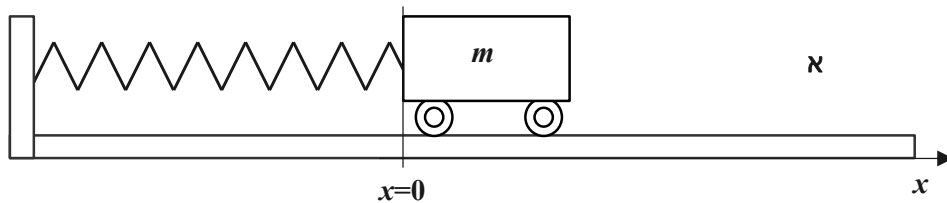
### ב. רקע תיאורטי

באיור 1 מתוארת עגלה קשורה לקצה קפיץ. הקצה השני של הקפיץ קשור לנקודה קבועה בקיר. אם נסיט את העגלה מנקודת שיווי המשקל שלה כפי שמתואר באיור 1, ונשחרר אותה ממנוחה, נקבל תנועה מחזורית של העגלה בהשפעת כוח הקפיץ. תנועה זו נקראת תנועה הרמונית פשוטה. אם נבחר ציר התנועה (ציר  $x$ ) בכיוון התארכות הקפיץ ו- $x=0$  בנקודת שיווי המשקל (בנקודה שבה נמצא קצה הקפיץ במצב רפוי), נקבל שבין כל שתי נקודות 1 ו-2 על מסלול העגלה מתקיים הקשר הבא שנקרא חוק שימור האנרגיה בהשפעת כוח הקפיץ:

$$(1) \quad \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$$

כאשר  $m$  היא מסת העגלה,  $k$  קבוע הקפיץ,  $v_1$  מהירות העגלה בנקודה 1 ו- $v_2$  מהירות העגלה בנקודה 2.

$x_1$  ו- $x_2$  מציינים את מיקום העגלה בנקודות 1 ו-2 בהתאמה, וזאת ביחס ל- $x=0$ . במילים אחרות גדלים אלה מבטאים את השינוי באורך הקפיץ ביחס לאורכו במצב רפוי.



איור 1

נוכח את הקשר 1.

על פי משפט עבודה – אנרגיה, מתקיים בין הנקודות 1 ו-2:

$$(2) \quad \Sigma W_F (1 \rightarrow 2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

מכיוון שהכוח היחיד המבצע עבודה על העגלה במקרה הנ"ל הוא כוח הקפיץ, נקבל מהקשר האחרון:

$$(3) \quad W_{F_{sp}} (1 \rightarrow 2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

כוח הקפיץ נתון, על פי חוק הוק, על ידי הקשר הבא:

$$(4) \quad F_{sp} = -k\Delta\ell = -kx$$

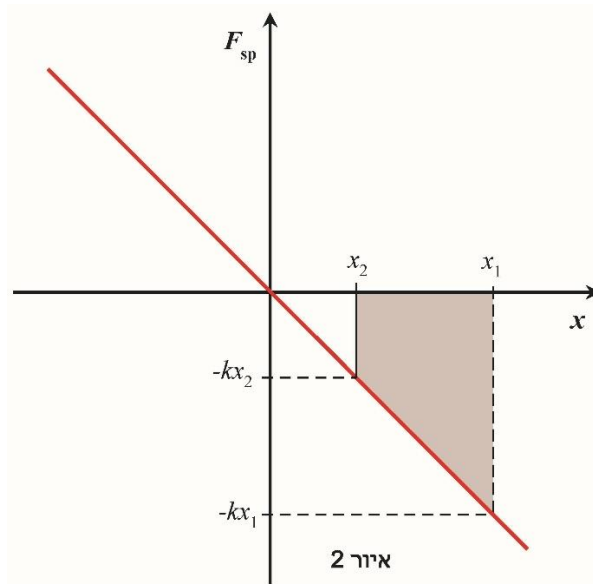
הסימן השלילי הוא בגלל שכיוון כוח הקפיץ מנוגד לשינוי באורך הקפיץ. אם  $\Delta \ell$  חיובי,  $F_{sp}$  מכון בכיוון השלילי, ואם  $\Delta \ell$  שלילי,  $F_{sp}$  מכון בכיוון החיובי.

על מנת לחשב  $W_{F_{sp}} (1 \rightarrow 2)$ , ניעזר בגרף המתאר את  $F_{sp}$  כפונקציה של  $x$  והמוצג באיור 2. עבודת כוח הקפיץ בתנועה העגלה מהנקודה 1 לנקודה 2, שווה לשטח הכלוא בין גרף הכוח לבין ציר  $x$  לאורך ההעתק מ-1 ל-2 שהוא השטח המודגש בגרף המתואר באיור 2 שהוא טרפז. לכן מתקיים:

$$(5) \quad W_{F_{sp}} (1 \rightarrow 2) = \left[ \frac{(-kx_1) + (-kx_2)}{2} \right] \times \Delta x_{1 \rightarrow 2} =$$

$$= -k \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right) (x_2 - x_1) = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

שים לב, מכיוון ששטח זה מבטא עבודה, בסיס הטרפז המבטא את ההעתק מ-1 ל-2 שהוא  $(x_2 - x_1)$  ולא  $(x_1 - x_2)$ .



אם נציב את התוצאה שהתקבלה במשוואה (5) במשוואה (3), נקבל:

$$\frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

מהקשר האחרון נקבל:

$$(6) \quad \frac{1}{2} mv_2^2 + \frac{1}{2} kx_2^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} kx_1^2$$

אם נסיט את העגלה עד לנקודה שבה התארכות הקפיץ  $\Delta \ell$ , ומשחררים אותה ממנוחה, המהירות המקסימלית שלה בתנועה המתקבלת תהיה בנקודת שווי המשקל ( $x = 0$ ). ניתן להראות שמהירות זו נתונה על ידי הביטוי הבא:

$$(7) \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Delta \ell$$

### הגדרות:

- (1) הגודל  $\frac{1}{2} mv^2$  הוא האנרגיה הקינטית של העגלה ( $E_K$ ).
- (2) הגודל  $\frac{1}{2} kx^2$ , (שהוא  $\frac{1}{2} k \Delta \ell^2$ ) נקרא האנרגיה הפוטנציאלית של הקפיץ. גודל זה מסומן ב- $U_{sp}$ . מכיוון שאנרגיה זו מועברת לגוף הקשור לקפיץ, מגדירים אנרגיה זו גם כאנרגיה הפוטנציאלית של הגוף בהשפעת כוח הקפיץ.

3) סכום האנרגיות שיש לגוף בתנועתו שהן האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית שלו בהשפעת כוח הקפיץ, נקרא האנרגיה המכנית הכוללת של הגוף.

על פי ההגדרה האחרונה, ועל סמך הקשר (6), ונקבל שהאנרגיה המיכנית הכוללת של הגוף (העגלה) נשמרת בתנועתה בהשפעת כוח הקפיץ.



### ג. ציוד ומכשור

מסילה, קפיץ, מעמד, משקולות, סרגל ארוך, עגלה, רשם זמן, סרט נייר, ספק מתח ומאזניים.

### ד. הניסוי (בניית המערכת וביצוע המדידות)

בניסוי זה קיימים שני חלקים. בחלק הראשון מודדים את קבוע הקפיץ, ובחלק השני חוקרים את חוק שימור האנרגיה.

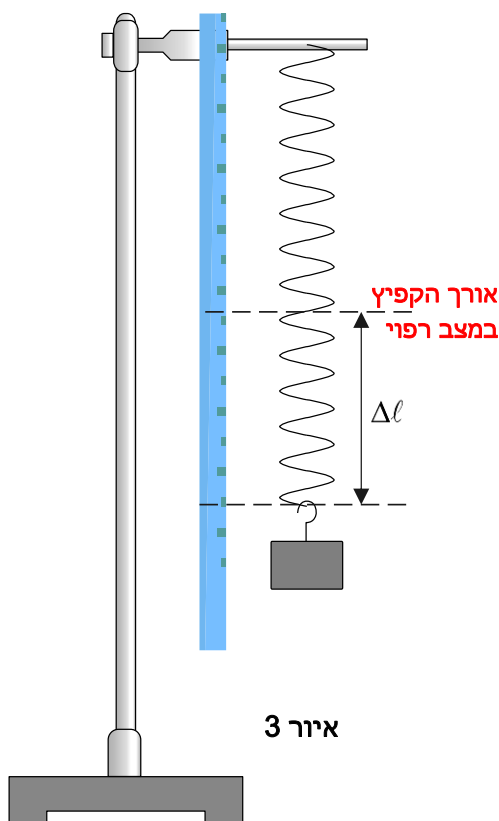
#### החלק הראשון

(1) קשור קצה אחד של הקפיץ לנקודה קבועה במוט אופקי המקובע על סטנד, ולקצה האחר שלו קשור וו (ראה איור 3).

(2) קשור סרגל לסטנד, וסמן על הסרגל את הנקודה שבה נמצא קצה הקפיץ כשהוא במצב רפוי (איור 3).

(3) תלה על הוו משקולת אחת, רשום את כוח הכובד ( $F_G$ ) הפועל על המשקולת, ואת התארכות הקפיץ ( $\Delta \ell$ ).

(4) חזור על הפעולה שבסעיף הקודם מספר פעמים, כך שבכל פעם יש להוסיף משקולת נוספת. קבץ את התוצאות בטבלה המתארת את התארכות הקפיץ כפונקציה של הכוח הפועל על הקפיץ (שהוא שווה בגודלו ל- $F_G$  במקרה זה).



#### החלק השני:

(1) מדוד את מסת העגלה ורשום את התוצאה.

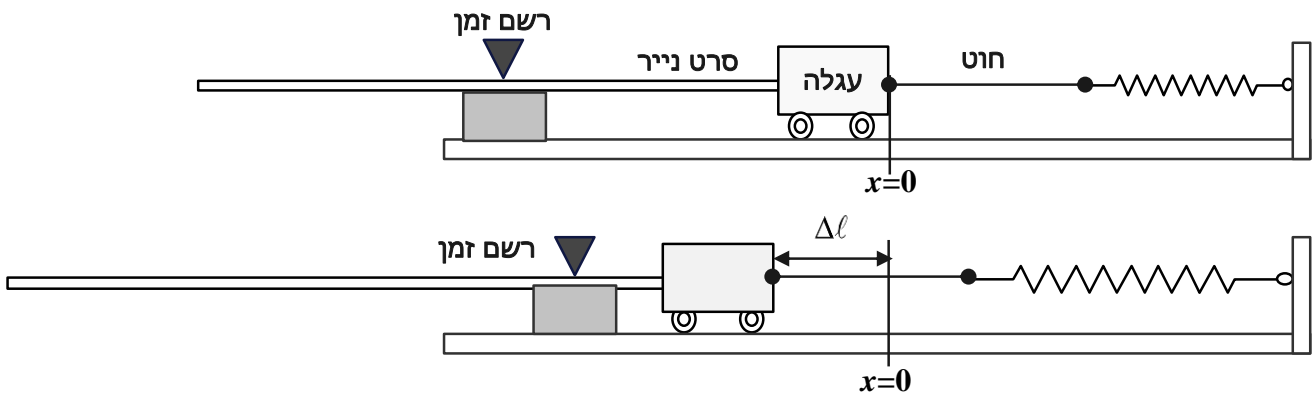
(2) קשור קצה אחד של הקפיץ לנקודה קבועה בקצה המסילה, וקשור לקצהו השני חוט (באורך של כ-50 ס"מ).

(3) קשור לקצה השני של החוט את העגלה ולקצה האחר של העגלה חבר את סרט הנייר.

(4) הדק את רשם הזמן במקום קבוע על המסילה לאורך קו התארכות הקפיץ, והעבר דרכו את סרט הנייר (ראה איור 4).

(5) הנח את העגלה על המסילה במרחק מקצה הקפיץ השווה לאורך החוט. במצב זה החוט יהיה ישר והקפיץ רפוי. סמן נקודה זו על השולחן (או על המסילה) ב- $x=0$  (ראה איור 4).

(6) הסט את העגלה בכיוון התארכות הקפיץ, כך שהקפיץ מתארך בשיעור  $\Delta \ell$  מסויים (10 ס"מ לדוגמה) כפי שמתואר באיור 4ב. את הערך הזה קבע באמצעות סרגל ורשום את ערכו.



(7) הפעל את רשם הזמן, ושחרר את העגלה ממנוחה.

(8) בחלק הראשון של תנועת העגלה כשהקפיץ עדיין מתוח, ומכיוון שהעגלה נעה בשלב זה בתאוצה, מתקבלות על סרט הנייר נקודות שהמרחק ביניהן הולך וגדל. לאחר שהקפיץ נרפה, העגלה ממשיכה לנוע במהירות קבועה שהיא המהירות המקסימלית שלה ( $v_{\max}$ ). בשלב זה של התנועה מתקבלות על סרט הנייר נקודות שהמרחק ביניהן קבוע. באמצעות נקודות אלה שמתקבלות בחלק השני של הסרט, חשב את המהירות הקבועה של העגלה (שהיא המהירות המקסימלית של העגלה).

(9) חזור על השלבים הקודמים עבור ערכים שונים של התארכות הקפיץ ( $\Delta\ell$ ), ובכל פעם מדוד את המהירות הסופית  $v_{\max}$  המתקבלת מסרט הנייר בכל אחת מהמידות.

(10) קבץ את התוצאות בטבלה הבאה:

$v_{\max}$ (m/s)	$\Delta\ell$ (m)



### ה. ניתוח ועיבוד התוצאות:

(1) בחלק הראשון של הניסוי שרטט גרף המתאר את התארכות הקפיץ כפונקציה של הכוח  $F$  המופעל על הקפיץ. באמצעות גרף זה חשב את קבוע הקפיץ.

(2) בחלק השני של הניסוי שרטט הגרף המתאר את  $v_{\max}$  כפונקציה של  $\Delta\ell$ . באמצעות גרף זה מצא את קבוע הקפיץ והשווה ערך זה לתוצאה שהתקבלה בחלק הראשון של הניסוי.

(3) הכן טבלה הכוללת שתי עמודות. בעמודה הראשונה רשום את הערכים של האנרגיה הקינטית הסופית של העגלה ( $E_K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ ) במדידות השונות בניסוי זה, ובעמודה השנייה רשום את הערכים של האנרגיה הפוטנציאלית ההתחלתית של הקפיץ ( $U_{sp} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$ ) במדידות אלה.

(4) שרטט גרף המתאר את האנרגיה הקינטית הסופית של העגלה  $E_{K\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$  כפונקציה של האנרגיה הפוטנציאלית ההתחלתית של הקפיץ  $U_{sp} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$ . מכיוון שמתקיים שימור אנרגיה, אמור להתקבל גרף ששיפועו 1.

**ו. שאלות הכנה:**

- (1) הגדר את קבוע הקפיץ, וציין מהי היחידה של גודל זה.
- (2) תאר את תנועת העגלה בניסוי זה לאחר שחרורה.
- (3) הוכח שהמהירות המקסימלית של העגלה במהלך תנועתה נתונה על ידי הקשר (7).
- (4) קבע מהי היחידה של הגודל  $\sqrt{k/m}$ .