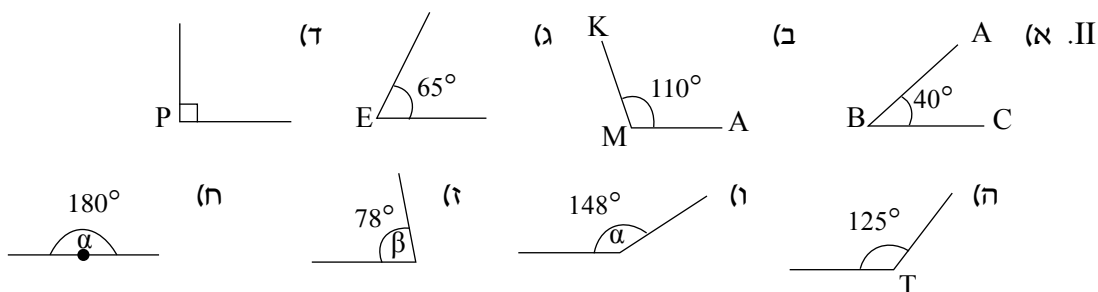


תשובות - גיאומטריה

1. I. א)  $\sphericalangle C, \sphericalangle B, \sphericalangle A$  (1)    II. א)  $\gamma = \sphericalangle EBC, \beta = \sphericalangle DBE, \alpha = \sphericalangle ABD$   
 ב)  $\sphericalangle T, \sphericalangle R, \sphericalangle K, \sphericalangle P$  (1)    ב)  $\sphericalangle E_3 = \sphericalangle BEF, \sphericalangle E_2 = \sphericalangle AEB, \sphericalangle E_1 = \sphericalangle DEA$   
 ג)  $\sphericalangle E, \sphericalangle M, \sphericalangle T, \sphericalangle L$  (1)    ג)  $\sphericalangle 4 = \sphericalangle GCB, \sphericalangle 3 = \sphericalangle TCG, \sphericalangle 2 = \sphericalangle ECT, \sphericalangle 1 = \sphericalangle ACE$   
 2. א)  $\sphericalangle ABC, \sphericalangle DBC, \sphericalangle ABD$     ב)  $\sphericalangle ABC, \sphericalangle DBC, \sphericalangle ABD$   
 ג)  $\sphericalangle NPK, \sphericalangle SPK, \sphericalangle SPN, \sphericalangle RPK, \sphericalangle RPN, \sphericalangle RPS, \sphericalangle GPK, \sphericalangle GPN, \sphericalangle GPS, \sphericalangle GPR$   
 3. I. א)  $30^\circ$     ב)  $70^\circ$     ג)  $100^\circ$     ד)  $55^\circ$     ה)  $128^\circ$     ו)  $45^\circ$



- III. א) ענת התייחסה לאורכי הקרניים כפי שהן מיוצגות בסרטוט ולא לגודלה של הזווית.  
 ב) כי הזווית  $\sphericalangle KTS$  היא חלק מהזווית  $\sphericalangle STP$ .  
 4. I. א)  $\alpha = 90^\circ, \beta = 30^\circ, \gamma = 60^\circ$ ; סכומן  $180^\circ$ .  
 ב)  $\sphericalangle 1 = 50^\circ, \sphericalangle 2 = 60^\circ, \sphericalangle 3 = 70^\circ$ ; סכומן  $180^\circ$ .  
 ג)  $\sphericalangle A = 30^\circ, \sphericalangle B = 30^\circ, \sphericalangle C = 120^\circ$ ; סכומן  $180^\circ$ .  
 ד)  $\sphericalangle A = 70^\circ, \sphericalangle B = 40^\circ, \sphericalangle C = 70^\circ$ ; סכומן  $180^\circ$ .  
 II. סכום כל הזוויות במשולש הוא  $180^\circ$ .  
 5. I. א)  $\alpha = 70^\circ, \beta = 70^\circ$  (1)    ב)  $\sphericalangle 1 = 120^\circ, \sphericalangle 2 = 120^\circ$     ג)  $\delta = 50^\circ, \gamma = 50^\circ$   
 (2) הזוויות שוות זו לזו.  
 II. א)  $\alpha = 65^\circ, \beta = 55^\circ$ ; הזוויות לא שוות.  
 ב)  $\sphericalangle 1 = 50^\circ, \sphericalangle 2 = 40^\circ$ ; הזוויות לא שוות.  
 III. א) הזוויות לא שוות.    ב) הזוויות שוות.  
 6. I. א)  $\sphericalangle AOC$     ב)  $\sphericalangle BOD$     ג)  $\sphericalangle AOD$     ד)  $\sphericalangle AOD$     ה)  $\sphericalangle AOD$   
 II. א)  $\sphericalangle FAE$     ב)  $\sphericalangle EAC$     ג)  $\sphericalangle EAB$     ד)  $\sphericalangle EAC$     ה)  $\sphericalangle CAB$   
 7. א)  $98^\circ$     ב)  $62^\circ$     ג)  $82^\circ$     ד)  $78^\circ$     ה)  $43^\circ$     ו)  $55^\circ$   
 8. א)  $70^\circ$     ב)  $105^\circ$     ג)  $130^\circ$     ד)  $70^\circ$     ה)  $95^\circ$     ו)  $60^\circ$   
 9. א)  $30^\circ$     ב)  $45^\circ$   
 10. א)  $26^\circ$     ב)  $60^\circ$     ג)  $129^\circ$   
 11. א)  $27^\circ$     ב)  $40^\circ$     ג)  $67^\circ$     ד)  $87^\circ$     ה)  $97^\circ$     ו)  $117^\circ$   
 12.  $30^\circ$

13. (א)  $25^\circ$  (ב)  $50^\circ$  (ג)  $75^\circ$

14. (א)  $27^\circ$  (ב)  $27^\circ$

15. (א)  $14^\circ$  (ב)  $28^\circ$

16. (א)  $36^\circ$  (ב)  $54^\circ$

17. (א)  $33^\circ$  (ב)  $44^\circ$

18. (א)  $15^\circ$  (ב)  $40^\circ$  (ג)  $60^\circ$  (ד)  $45^\circ$  (ה)  $85^\circ$  (ו)  $115^\circ$  (ז)  $145^\circ$

19. אם נקבע כי  $\angle AOB = 20^\circ$ , אזי  $\angle DOC = \angle AOB = 20^\circ$ .

אם נקבע כי  $\angle BOE = 30^\circ$ , אזי  $\angle COE = \angle BOE = 30^\circ$ .

$$\angle AOE = \angle EOD \Leftrightarrow \begin{cases} \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ & \text{ולכן;} \\ \angle EOD = \angle DOC + \angle COE = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ \end{cases}$$

הנימוק הוא: כל אחת מהזוויות  $\angle AOE$  ו- $\angle EOD$  היא סכום של זוויות השוות זו לזו.

20. אם נקבע כי  $\angle BAC = \angle EAD = 30^\circ$  ו- $\angle CAD = 20^\circ$ , אזי מתקיים:

$$\angle BAD = \angle EAC \Leftrightarrow \begin{cases} \angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ \\ \angle EAC = \angle EAD + \angle DAC = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ \end{cases}$$

הנימוק הוא: כל אחת מהזוויות  $\angle BAD$  ו- $\angle EAC$  מורכבת מזווית המשותפת לשתיהן ומזווית נוספת השווה בשתיהן.

21. אם נקבע כי  $\angle BAD = \angle EAC = 80^\circ$  ו- $\angle CAD = 50^\circ$ , אזי מתקיים:

$$\angle BAC = \angle EAD \Leftrightarrow \begin{cases} \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ \\ \angle EAD = \angle EAC - \angle CAD = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ \end{cases}$$

הנימוק הוא: כל אחת מהזוויות  $\angle BAC$  ו- $\angle EAD$  היא ההפרש בין זווית השווה בשתיהן לזווית המשותפת לשתיהן

22. I. (א) (1) (ב) (2) (ג) (2) (ד) (1)

II. (א) (1) זווית חדה (2) זווית קהה (3) זווית חדה (4) זווית ישרה (5) זווית קהה

(6) זווית שטוחה (7) זווית ישרה (8) זווית חדה

(1)  $\angle A$  - זווית חדה,  $\angle B$  - זווית קהה,  $\angle C$  - זווית חדה.

(2)  $\angle T$  - זווית ישרה,  $\angle E$  - זווית ישרה,  $\angle K$  - זווית חדה,  $\angle P$  - זווית קהה.

(3)  $\angle R$  - זווית קהה,  $\angle L$  - זווית חדה,  $\angle N$  - זווית קהה,  $\angle F$  - זווית חדה.

III. (א) זווית חדה (ב) זווית ישרה (ג) זווית קהה (ד) זווית שטוחה (ה) זווית חדה

(ו) זווית קהה (ז) זווית שטוחה (ח) זווית ישרה

23. (א) סרטוט (ב)  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  (ג)  $180^\circ$

24. (א) סרטוט (ב) מקבילית (ג) שתי זוויות חדות ושתי זוויות קהות.

(ה) הזוויות החדות שוות זו לזו, והזוויות הקהות שוות זו לזו.

25. (א)  $40^\circ$  (ב)  $155^\circ$  (ג)  $30^\circ$  (ד)  $40^\circ$  (ה)  $110^\circ$  (ו)  $50^\circ$

26.  $104^\circ, 76^\circ$

27.  $67^\circ, 45^\circ$

28. (א)  $30^\circ$  (ב)  $50^\circ$  (ג)  $25^\circ$  (ד)  $30^\circ$  (ה)  $15^\circ$  (ו)  $20^\circ$

29. (א)  $30^\circ$  (ב)  $35^\circ$  (ג)  $50^\circ$

.30  $58^\circ, 32^\circ$

.31  $30^\circ$

.32 (א)  $180^\circ$  (ב)  $360^\circ$  (ג)  $90^\circ$  (ד)  $72^\circ$

.33 (א)  $180^\circ$  (ב)  $0^\circ$  (ג)  $120^\circ$

.34 (א)  $4^\circ$  (ב)  $5^\circ$  (ג)  $10^\circ$  (ד)  $n^\circ$  (ה) שנייה ה-90 (ו) דקה שלישית (ז)  $360^\circ$

(ח)  $55^\circ$ ; דרך החישוב הנוחה ביותר:  $(1+10) \cdot 5$  או  $\frac{(1+10) \cdot 10}{2}$  (היעזרו בספר לכיתה ז' - חלק א', עמ' 63, משימה 102).

(ט) זווית קהה ( $120^\circ$ ).

.35 אם נקבע כי  $\sphericalangle BOC = 40^\circ$ , אזי מתקיים:

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle DOC \Leftrightarrow \begin{cases} \sphericalangle AOB = \sphericalangle AOC - \sphericalangle BOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \\ \sphericalangle DOC = \sphericalangle DOB - \sphericalangle BOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \end{cases}$$

$$\sphericalangle AOC + \sphericalangle DOB = 180^\circ - \sphericalangle COD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad .36$$

אם סכום שתי זוויות הוא  $90^\circ$ , אזי כל אחת מהזוויות קטנה מ- $90^\circ$ , כלומר זווית חדה.

.37 I. (א)  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = 140^\circ$

(2)  $\sphericalangle 1 = 70^\circ$ ,  $\sphericalangle 2 = 110^\circ$

(3)  $\sphericalangle DBC = 150^\circ$ ,  $\sphericalangle ABC = 30^\circ$

(4)  $\sphericalangle E_2 = 55^\circ$ ,  $\sphericalangle E_1 = 125^\circ$

(ב) סכומן  $180^\circ$ , כי משלימות זו את זו לזווית שטוחה.

(ג) מספיק למדוד זווית אחת בלבד, ואת השנייה לחשב על-ידי השלמה ל- $180^\circ$  (השלמה לזווית שטוחה).

II. (א)  $60^\circ$  (ב)  $45^\circ$  (ג)  $123^\circ$  (ד)  $35^\circ$  (ה)  $137^\circ$  (ו)  $39^\circ$

.38 (א)  $\alpha = 130^\circ, \beta = 110^\circ$  (ב)  $\alpha = 120^\circ, \beta = 55^\circ$  (ג)  $\alpha = 70^\circ, \beta = 133^\circ$

.39 (א)  $\alpha = 70^\circ, \beta = 110^\circ, \gamma = 130^\circ, \delta = 50^\circ$

(ב)  $360^\circ$

.40 (א)  $135^\circ, 45^\circ$  (ב)  $112^\circ, 68^\circ$  (ג)  $105^\circ, 75^\circ$

.41  $106^\circ, 74^\circ$

.42  $56^\circ$

.43  $121^\circ, 59^\circ$

.44  $\sphericalangle AOC = 180^\circ - \sphericalangle COB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ; ולכן:  $\sphericalangle AOC = 180^\circ - \sphericalangle COB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ .

כלומר  $\sphericalangle AOC$  ישרה.

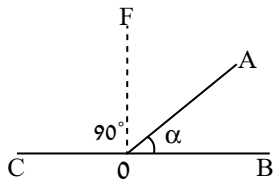
.45 נתון  $\sphericalangle AOB = 90^\circ$

$\sphericalangle AOD = 180^\circ - \sphericalangle AOB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ; ולכן:  $\sphericalangle AOD = 180^\circ - \sphericalangle AOB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\sphericalangle DOC = 180^\circ - \sphericalangle AOD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ; ולכן:  $\sphericalangle DOC = 180^\circ - \sphericalangle AOD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\sphericalangle COB = 180^\circ - \sphericalangle DOC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ; ולכן:  $\sphericalangle COB = 180^\circ - \sphericalangle DOC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

כלומר:  $\sphericalangle AOD = \sphericalangle DOC = \sphericalangle COB = 90^\circ$ .



נסמן:  $\sphericalangle AOB = \alpha < 90^\circ$  .46

$\sphericalangle COA = 180^\circ - \alpha > 90^\circ$

נסמן:  $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle D_1 = \alpha$  .47

(זוויות צמודות)  $\sphericalangle C_2 = 180^\circ - \sphericalangle C_1 = 180^\circ - \alpha$

(זוויות צמודות)  $\sphericalangle D_2 = 180^\circ - \sphericalangle D_1 = 180^\circ - \alpha$



$\sphericalangle C_2 = \sphericalangle D_2$

I .48 א) קדקודיות ב) צמודות ג) קדקודיות ד) קדקודיות ה) צמודות

ו) צמודות ז) צמודות ח) קדקודיות ט) צמודות

II .48 א) (1) צמודות:  $\sphericalangle 1$  ו- $\sphericalangle 2$ ,  $\sphericalangle 2$  ו- $\sphericalangle 3$ ,  $\sphericalangle 3$  ו- $\sphericalangle 4$ ,  $\sphericalangle 4$  ו- $\sphericalangle 1$

קדקודיות:  $\sphericalangle 1$  ו- $\sphericalangle 3$ ,  $\sphericalangle 2$  ו- $\sphericalangle 4$

(2) צמודות:  $\alpha$  ו- $\beta$ ,  $\beta$  ו- $\gamma$ ,  $\gamma$  ו- $\delta$ ,  $\delta$  ו- $\alpha$

קדקודיות:  $\alpha$  ו- $\gamma$ ,  $\beta$  ו- $\delta$

ב) (1)  $\sphericalangle 1 = 60^\circ$ ,  $\sphericalangle 2 = 120^\circ$ ,  $\sphericalangle 3 = 60^\circ$ ,  $\sphericalangle 4 = 120^\circ$

(2)  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$ ,  $\delta = 135^\circ$

ג) זוויות קדקודיות שוות.

ד) לא; מספיק למדוד זווית אחת, ובאמצעותה לחשב את הזוויות הצמודות ו/או הקדקודיות.

IV .48 א)  $\alpha = 55^\circ$ ,  $\beta = 125^\circ$ ,  $\gamma = 55^\circ$

ב)  $\sphericalangle 1 = 130^\circ$ ,  $\sphericalangle 2 = 50^\circ$ ,  $\sphericalangle 3 = 130^\circ$

49 .49 א) לא צמודות ולא קדקודיות ב) קדקודיות ג) לא צמודות ולא קדקודיות

ד) צמודות ה) קדקודיות ו) צמודות

50 .50 א)  $\sphericalangle KOE$  ב)  $\sphericalangle BOE$  ו- $\sphericalangle AOK$  ג)  $\sphericalangle BOE$  ד)  $\sphericalangle BOE$  ו- $\sphericalangle AOK$

51 .51 א)  $\alpha = 140^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$ ,  $\gamma = 140^\circ$  ב)  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\beta = 100^\circ$ ,  $\gamma = 80^\circ$

ג)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$  ד)  $\alpha = 150^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 150^\circ$

ה)  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$  ו)  $\alpha = 131^\circ$ ,  $\beta = 49^\circ$ ,  $\gamma = 131^\circ$

52 .52 א)  $30^\circ$  ב)  $150^\circ$  ג)  $30^\circ$  ד)  $150^\circ$

53 .53 א)  $123^\circ$  ב)  $123^\circ$  ג)  $57^\circ$  ד)  $57^\circ$

54 .54 I. x ו- $\beta$ ,  $\alpha$  ו- $\delta$ ,  $\gamma$  ו- $\gamma$

II .54 א)  $\alpha = 75^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$ ,  $\gamma = 75^\circ$ ,  $\delta = 35^\circ$  ב)  $\alpha = 28^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $\gamma = 62^\circ$ ,  $\delta = 28^\circ$

ג)  $\alpha = 87^\circ$ ,  $\beta = 37^\circ$ ,  $\gamma = 87^\circ$ ,  $\delta = 56^\circ$  ד)  $\alpha = 91^\circ$ ,  $\beta = 42^\circ$ ,  $\gamma = 91^\circ$

ה)  $\alpha = 43^\circ$ ,  $\beta = 73^\circ$ ,  $\gamma = 43^\circ$  ו)  $\alpha = 34^\circ$ ,  $\beta = 56^\circ$ ,  $\gamma = 34^\circ$

55 .55 א)  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\beta = 100^\circ$ ,  $\gamma = 80^\circ$  ב)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ ,  $\gamma = 60^\circ$

56. (א)  $\beta = \delta = 144^\circ, \alpha = \gamma = 36^\circ$  (ב)  $\beta = \delta = 145^\circ, \alpha = \gamma = 35^\circ$

(ג)  $\beta = \delta = 140^\circ, \alpha = \gamma = 40^\circ$

57. נניח כי:  $\sphericalangle CAO = \sphericalangle BOE = 100^\circ$

(א)  $\sphericalangle DOA = \sphericalangle BOE = 100^\circ$  ולכן:  $\sphericalangle BOE$  קדקודית ל- $\sphericalangle DOA$ .

מכאן:  $\sphericalangle DOA = \sphericalangle CAO = 100^\circ$

(ב)  $\sphericalangle AOB = 180^\circ - \sphericalangle BOE = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$  ולכן:  $\sphericalangle BOE$  צמודה ל- $\sphericalangle AOB$ .

$\sphericalangle OAB = 180^\circ - \sphericalangle CAO = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$  ולכן:  $\sphericalangle CAO$  צמודה ל- $\sphericalangle OAB$ .

מכאן:  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle OAB$

58. נניח כי:  $\sphericalangle T_2 = \sphericalangle D_4 = 30^\circ$

(א)  $\sphericalangle T_4 = \sphericalangle T_2 = 30^\circ$  (זוויות קדקודיות)

$$\sphericalangle T_4 = \sphericalangle D_2 \iff$$

(זוויות קדקודיות)  $\sphericalangle D_2 = \sphericalangle D_4 = 30^\circ$

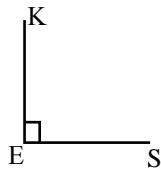
(ב)  $\sphericalangle T_1 = 180^\circ - \sphericalangle T_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$  (זוויות צמודות)

$\sphericalangle D_3 = 180^\circ - \sphericalangle D_4 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$  (זוויות צמודות)

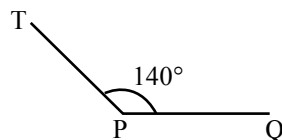
$$\sphericalangle T_1 = \sphericalangle D_3 \iff$$

59. I. (3) הזוויות שוות

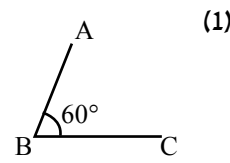
II. (א)



(3)



(2)



(1)

(ב) (1)  $27^\circ$  (2)  $54^\circ$

(ג) (1)  $60^\circ$  (2)  $60^\circ$

60. (א)  $40^\circ$  (ב)  $20^\circ$

61.  $35^\circ$  (2)  $120^\circ$

66.  $27^\circ$  (2)  $65^\circ$

70. (א) זווית ישרה (ב)  $90^\circ$  (ג)  $90^\circ$  (ד) מאונכים זה לזה.

71. (א)  $\sphericalangle ETD = 30^\circ, \sphericalangle BTK = 30^\circ, \sphericalangle CTK = 30^\circ$

(ב)  $\sphericalangle ETD = \alpha, \sphericalangle BTK = \alpha, \sphericalangle CTK = \alpha$

(ג) חוצה גם את הזווית האחרת.

72. I. (א) זוויות מתחלפות. (ב) זוויות מתאימות. (ג) זוויות מתאימות.

(ד) זוויות מתחלפות. (ה) זוויות מתחלפות. (ו) זוויות מתחלפות.

(ז) זוויות מתאימות. (ח) זוויות מתאימות. (ט) זוויות מתאימות.

(י) זוויות מתחלפות. (יא) זוויות מתחלפות. (יב) זוויות מתאימות.

- II. (א) (1) מתחלפות:  $\sphericalangle 1$  ו- $\sphericalangle 6$ ,  $\sphericalangle 2$  ו- $\sphericalangle 7$ ,  $\sphericalangle 3$  ו- $\sphericalangle 8$ ,  $\sphericalangle 4$  ו- $\sphericalangle 5$ .  
 מתאימות:  $\sphericalangle 1$  ו- $\sphericalangle 8$ ,  $\sphericalangle 2$  ו- $\sphericalangle 5$ ,  $\sphericalangle 3$  ו- $\sphericalangle 6$ ,  $\sphericalangle 4$  ו- $\sphericalangle 7$ .  
 $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 4 = \sphericalangle 5 = \sphericalangle 7 = 130^\circ$ ,  $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 6 = \sphericalangle 3 = \sphericalangle 8 = 50^\circ$   
 (2) מתחלפות:  $\alpha$  ו- $\sphericalangle 4$ ,  $\beta$  ו- $\sphericalangle 3$ ,  $\gamma$  ו- $\sphericalangle 2$ ,  $\delta$  ו- $\sphericalangle 1$ .  
 מתאימות:  $\alpha$  ו- $\sphericalangle 2$ ,  $\beta$  ו- $\sphericalangle 1$ ,  $\gamma$  ו- $\sphericalangle 4$ ,  $\delta$  ו- $\sphericalangle 3$ .  
 $\beta = \delta = \sphericalangle 1 = \sphericalangle 3 = 110^\circ$ ,  $\alpha = \gamma = \sphericalangle 2 = \sphericalangle 4 = 70^\circ$   
 (ב) (3) זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו, וזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.  
 III.  $\sphericalangle 4 = 120^\circ$ ,  $\sphericalangle 3 = 60^\circ$ ,  $\sphericalangle 2 = 120^\circ$ ,  $\sphericalangle 1 = 60^\circ$ ,  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ ,  $\alpha = 60^\circ$   
 IV. (א) (1) זוויות מתחלפות;  $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$  כי:

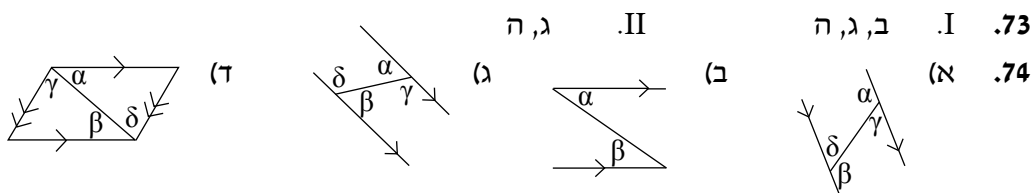
$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3 \leftarrow \begin{cases} \sphericalangle 1 = \sphericalangle 2 & \text{(נתון)} \\ \sphericalangle 3 = \sphericalangle 2 & \text{(זוויות קדקודיות)} \end{cases}$$

(2) מקבילים

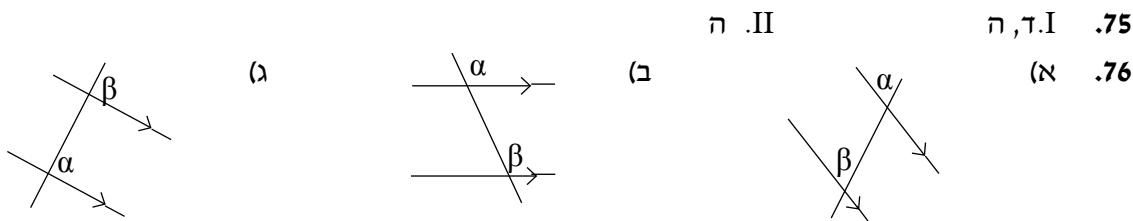
(ב) (1) זוויות מתאימות;  $\alpha = \delta$  כי:

$$\alpha = \delta \leftarrow \begin{cases} \alpha = \gamma & \text{(נתון)} \\ \delta = \gamma & \text{(זוויות קדקודיות)} \end{cases}$$

(2) מקבילים



בכל ארבעת המקרים הזוויות המתחלפות שוות, מכיוון שהישרים מקבילים.



בכל שלושת המקרים הזוויות המתאימות שוות, מכיוון שהישרים מקבילים.

77. (א)  $40^\circ$  (ב)  $140^\circ$  (ג)  $35^\circ$  (ד)  $130^\circ$  (ה)  $65^\circ$  (ו)  $80^\circ$  (ז)  $125^\circ$  (ח)  $46^\circ$  (ט)  $105^\circ$   
 (א)  $\alpha = 140^\circ$ ,  $\beta = 140^\circ$ ,  $\gamma = 40^\circ$  (ב)  $\alpha = 56^\circ$ ,  $\beta = 56^\circ$ ,  $\gamma = 56^\circ$   
 (ג)  $\alpha = 38^\circ$ ,  $\beta = 142^\circ$ ,  $\gamma = 38^\circ$  (ד)  $\alpha = 155^\circ$ ,  $\beta = 155^\circ$ ,  $\gamma = 155^\circ$   
 (ה)  $\alpha = 96^\circ$ ,  $\beta = 84^\circ$ ,  $\gamma = 96^\circ$  (ו)  $\alpha = 108^\circ$ ,  $\beta = 72^\circ$ ,  $\gamma = 108^\circ$   
 (ז)  $\alpha = 156^\circ$ ,  $\beta = 24^\circ$ ,  $\gamma = 156^\circ$  (ח)  $\alpha = 67^\circ$ ,  $\beta = 67^\circ$ ,  $\gamma = 113^\circ$   
 (ט)  $\alpha = 57^\circ$ ,  $\beta = 123^\circ$ ,  $\gamma = 57^\circ$   
 79. I. (א)  $\beta = 34^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$ ,  $\delta = 56^\circ$  (ב)  $\beta = 34^\circ$ ,  $\gamma = 146^\circ$ ,  $\delta = 34^\circ$   
 (ג)  $\beta = 27^\circ$ ,  $\gamma = 34^\circ$ ,  $\delta = 119^\circ$  (ה)  $\beta = 146^\circ$ ,  $\gamma = 146^\circ$ ,  $\delta = 34^\circ$

II. (א) מקבילית (ב)  $50^\circ, 130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$

80. (א)  $45^\circ$  (ב)  $19^\circ$  (ג)  $10^\circ$  (ד)  $50^\circ$  (ה)  $15^\circ$  (ו)  $60^\circ$  (ז)  $23^\circ$  (ח)  $32^\circ$  (ט)  $30^\circ$
81.  $\gamma = 75^\circ$ ,  $\beta = 42^\circ$ ,  $\alpha = 63^\circ$
82.  $\gamma = 34^\circ$ ,  $\beta = 89^\circ$ ,  $\alpha = 57^\circ$
83.  $\gamma = 55^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$ ,  $\alpha = 55^\circ$
84. (א)  $74^\circ$  (ב)  $73^\circ$
85. (א)  $74^\circ$  (ב)  $53^\circ$  (ג)  $53^\circ$
86. (א)  $26^\circ$  (ב)  $64^\circ$  (ג)  $90^\circ$
87. (א)  $85^\circ$  (ב)  $140^\circ$
88. I. (א) (1) - (i), (2) - (iii), (3) - (i), (4) - (ii), (5) - (iii), (6) - (ii)
- (ב) (1) שווה – שוקיים (2) שווה-שוקיים (3) שווה – צלעות  
 (4) שונה – צלעות (5) שונה – צלעות (6) שווה – שוקיים  
 (7) שווה – שוקיים (8) שווה – צלעות
- II. (א) (1)  $\Delta ABC$ :  $40^\circ$ ,  $85^\circ$ ,  $55^\circ$ ;  $\Delta DEK$ :  $35^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $55^\circ$ ;  $\Delta TPQ$ :  $30^\circ$ ,  $95^\circ$ ,  $55^\circ$
- (2)  $\Delta ABC$  (3)  $\Delta TPQ$ ; שתי הזוויות האחרות חדות. (4) לא ייתכן  
 (5)  $\Delta DEK$ ; שתי הזוויות האחרות חדות.  
 (6) לא ייתכן (7) לא ייתכן
- (ב) (1) ישר-זווית (2) חד-זווית (3) ישר-זווית  
 (4) קהה-זווית (5) חד-זווית (6) קהה-זווית  
 (7) ישר-זווית (8) חד-זווית
89. (א) שווה – שוקיים (ב) שונה – צלעות (ג) שווה – שוקיים
- (ד) שווה – צלעות (ה) שונה – צלעות (ו) שווה – צלעות
90. (א) חד-זווית (ב) ישר-זווית (ג) קהה-זווית  
 (ד) חד-זווית (ה) קהה-זווית (ו) ישר-זווית
91. (א) משולש שווה-שוקיים וחד-זווית.  
 (ב) משולש שווה-שוקיים וקהה-זווית.  
 (ג) משולש שונה-צלעות וחד-זווית.  
 (ד) משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.
96. (א) אינסוף משולשים שונים.  
 (ב) רק משולש אחד.
97. (א) אינסוף משולשים שונים.  
 (ב) רק משולש אחד.
99. (א) כן (ב) לא (ג) לא (ד) כן (ה) כן

100. I. (א) משולשים ישרי-זווית.  
 (ב) (1)  $180^\circ$  (2)  $90^\circ$  (ג)  $90^\circ$
- II. (א) נתון: PTRS מלבן. בניית עזר: TS אלכסון המלבן.  
 $90^\circ = \alpha + \beta$ , כי במלבן הזוויות ישרות.  
 $\alpha = \angle PSR = \angle RTS$ , כי זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו.  $\beta = \angle RST = \angle PTS$   
 כי זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו.  $90^\circ = \angle PST + \angle PTS$  כי:  $90^\circ = \alpha + \beta$ .  
 $180^\circ = \angle PST + \angle PTS + \angle TPS$  כי:  $180^\circ = \alpha + \beta + 90^\circ$
- (ב) נתון:  $\Delta PTS$  משולש ישר-זווית.  $SP \perp KS$ , כי PS הוא אנך משותף.  $90^\circ = \alpha + \beta$  כי:  $SP \perp KS$   
 $\alpha = \angle STP = \angle KST$ , כי זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו.  
 $90^\circ = \angle STP + \angle TSP$ , כי  $40^\circ = \alpha + \beta$ .  
 $180^\circ = \angle STP + \angle TSP + \angle TPS$  כי:  $180^\circ = \alpha + \beta + 90^\circ$
101. (א)  $60^\circ$  (ב)  $32^\circ$  (ג)  $29^\circ$  (ד)  $20^\circ$  (ה)  $50^\circ$  (ו)  $35^\circ$  (ז)  $63^\circ$  (ח)  $31^\circ$
102. (א)  $56^\circ, 34^\circ, 56^\circ$  (ב)  $55^\circ, 35^\circ, 35^\circ$  (ג)  $62^\circ, 62^\circ, 28^\circ$
103. (א)  $20^\circ, 57^\circ$  (ב)  $24^\circ, 34^\circ$  (ג)  $10^\circ, 80^\circ$
104.  $120^\circ = \angle ADC$ ,  $60^\circ = \angle ADB$
105.  $42^\circ = \angle D$
106. (א)  $30^\circ, 60^\circ$ ;  $x=30^\circ$  (ב)  $42^\circ, 48^\circ$ ;  $x=35^\circ$  (ג)  $25^\circ, 65^\circ$ ;  $x=10^\circ$
107.  $33^\circ, 57^\circ$
108. (א) סרטוט (ב) משולש ישר-זווית
- (ג) AD חוצה זווית במשולש, כי מחלק את זווית A לשתי זוויות בנות  $45^\circ$  כל אחת.  
 (ד) משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים (ה)  $45^\circ$
109. I. (א)  $\Delta MTS$ :  $75^\circ, 75^\circ, 30^\circ$   
 $\Delta DEK$ :  $100^\circ, 45^\circ, 35^\circ$   
 $\Delta ABC$ :  $50^\circ, 75^\circ, 55^\circ$   
 (ב)  $180^\circ$
- II. (א) בעזרת הקיפולים ניתן לראות כי שלוש הזוויות יצרו זווית שטוחה, ולכן סכומן  $180^\circ$ .  
 (ב) בניית עזר: גובה לצלע.  $90^\circ = \alpha + \beta$ ,  $90^\circ = \gamma + \delta$   
 כי סכום הזוויות החדות במשולש ישר-זווית הוא  $90^\circ$ .  
 $180^\circ = \alpha + \beta + \gamma + \delta$  כי:  $180^\circ = 90^\circ + 90^\circ$   
 (ג)  $\alpha = \angle 1$ , כי זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו.  
 $\gamma = \angle 2$ , כי זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו.  
 $\alpha + \beta + \gamma = \angle 1 + \beta + \angle 2$  כי:  $\alpha = \angle 1$  ו-  $\gamma = \angle 2$   
 $180^\circ = \alpha + \beta + \gamma$ , כי הזוויות משלימות לזווית שטוחה.
110. (א)  $60^\circ$  (ב)  $62^\circ$  (ג)  $70^\circ$  (ד)  $60^\circ$
111. (א)  $33^\circ$  (ב)  $50^\circ$  (ג)  $112^\circ$
112.  $110^\circ$



113. א)  $80^\circ, 80^\circ, 20^\circ; x=20^\circ$  ב)  $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ; x=30^\circ$  ג)  $88^\circ, 14^\circ, 78^\circ; x=39^\circ$
114.  $105^\circ, 63^\circ$
115.  $62^\circ, 78^\circ$
116. א)  $20^\circ$  ב)  $44^\circ$  ג)  $26^\circ$
117. א)  $58^\circ$  ב)  $96^\circ$  ג)  $26^\circ$
118.  $96^\circ$
119.  $62^\circ$
120.  $105^\circ$
121. א)  $105^\circ$  ב)  $105^\circ$
122. א)  $110^\circ$  ב)  $70^\circ$
123. א)  $\alpha=101^\circ, \beta=11^\circ$  ב)  $\alpha=6^\circ, \beta=96^\circ$  ג)  $\alpha=105^\circ, \beta=30^\circ$
124. א) לא נכון ב) נכון ג) נכון ד) נכון ה) לא נכון ו) נכון
125. א) לא נכון ב) נכון ג) לא נכון
126. ד
127. I. א) סכום הזוויות  $360^\circ$  ב) סכום הזוויות  $360^\circ$
- II. א) בניית עזר: אלכסון BD.
- $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  כי סכום זוויות במשולש הוא  $180^\circ$ .
- $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 180^\circ$  כי סכום זוויות במשולש הוא  $180^\circ$ .
- $\alpha + \beta + \gamma + \sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 360^\circ$
- $\alpha + \sphericalangle 1 + \beta + \gamma + \sphericalangle 3 + \sphericalangle 2 = 360^\circ$
- $\sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D + \sphericalangle A = 360^\circ$
128. א)  $87^\circ$  ב)  $97^\circ$  ג)  $46^\circ$
129. א)  $30^\circ$  ב)  $25^\circ$  ג)  $15^\circ$
130. II. א) 3 משולשים ב) 4 משולשים ג) 5 משולשים ד) 6 משולשים ה) 7 משולשים
- III. א) 4 משולשים (1) ב) 4 משולשים (2) ג) 4 משולשים (3) ד) 4 משולשים (4) ה) 4 משולשים (5)
- IV. א)

מספר הצלעות במצולע	4	5	6	7	8	12	20	n
מספר המשולשים במצולע	2	3	4	5	6	10	18	n - 2

ב)

מספר הצלעות במצולע	4	5	6	7	8	12	20	n
סכום הזוויות במצולע	$360^\circ$	$540^\circ$	$720^\circ$	$900^\circ$	$1080^\circ$	$1800^\circ$	$3240^\circ$	$180^\circ(n-2)$

V. א)  $1260^\circ$  (1) ב)  $140^\circ$  (2)

144° ב)

.VI (א)  $156^\circ$  (ב)  $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$

(ג) (1)  $165^\circ$  (2)  $168^\circ$

.131 I. (א) לא (ב) אי-אפשר ליצור משולש.

(ג) לא (ד) כן

.II (א) למשל: 10 ס"מ, 12 ס"מ, 14 ס"מ.

(ב) סכום אורכי שני הקטעים הנוספים חייב להיות גדול מ-20 ס"מ.

(ג) סכום אורכי שתי צלעות במשולש חייב להיות גדול מהצלע השלישית.

.III (א) (1)  $b+17 > a$ ,  $a+17 > b$ ,  $a+b > 17$

(2)  $b+15 > a$ ,  $a+15 > b$ ,  $a+b > 15$

(3)  $b+9 > a$ ,  $a+9 > b$ ,  $a+b > 9$

(ב) (1) לא (2) כן (3) לא

.132 (א)  $b+20 > a$ ,  $a+20 > b$ ,  $a+b > 20$

(ב)  $14+17 > c$ ,  $c+17 > 14$ ,  $14+c > 17$

(ג)  $15+20 > a$ ,  $15+a > 20$ ,  $a+20 > 15$

.133 (א) כן (ב) לא (ג) כן

.134 (א) כן (ב) כן (ג) לא (ד) לא (ה) כן (ו) לא

.135 ו

.136 (א) לדוגמה: 7 ס"מ, 7 ס"מ, 4 ס"מ.

(ב) לדוגמה: 10 ס"מ, 5 ס"מ, 3 ס"מ.

.137 (א) לא (ב) כן

.138 אורך הניצב השני גדול מ-1 ס"מ, אך קטן מ-5 ס"מ.

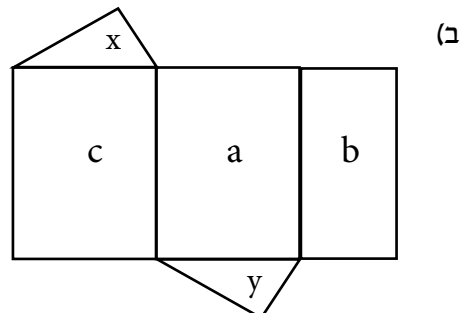
.139 I. (1) - ג, (2) - א, (3) - ד, (4) - ב

.II (א) מנסרה ישרה שבסיסה משולש שווה-שוקיים: (4)

מנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר-זווית: (2)

מנסרה ישרה שבסיסה משולש שונה-צלעות: (3)

מנסרה ישרה שבסיסה משולש שווה-צלעות: (1)



140. (א) אפשר (ב) אי-אפשר (ג) אי-אפשר (ד) אפשר
141. (א) משולש שווה-צלעות.  
(ב) משולש שווה-שוקיים.  
(ג) משולש שונה-צלעות.
142. I. (א)  $S_1 = 4.5$  סמ"ר,  $S_2 = 6$  סמ"ר,  $S_3 = 4.5$  סמ"ר,  $S_4 = 6$  סמ"ר,  $S_5 = 8.4$  סמ"ר  
(ב) 20.4 סמ"ר - שטח מעטפת המנסרה.  
(ג) 29.4 סמ"ר - שטח הפנים של המנסרה.  
II. (א) שתי מנסרות משולשות ישרות זהות, שבסיסן משולש ישר-זווית.  
(ב) 480 סמ"ק כל אחת.  
III. (א) 12 סמ"ר (ב) מלבן - 36 סמ"ר (ג) מלבן - 30 סמ"ר (ד) מלבן - 20 סמ"ר  
(ה) 60 סמ"ק (ו) 86 סמ"ר (ז) 110 סמ"ר
143. (א) שתי מנסרות משולשות ישרות זהות, שבסיסן משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.  
(ב) 500 סמ"ק כל אחת.
144. (א) 6 סמ"ר (ב) 21 סמ"ק (ג) 10.5 סמ"ר, 14 סמ"ר, 17.5 סמ"ר (ד) 54 סמ"ר
145. (א) 10 סמ"ר (ב) 92.4 סמ"ר (ג) 112.4 סמ"ר
146. (א) 22.26 סמ"ר (ב) 333.9 סמ"ק (ג) שני המלבנים חופפים. (ד) 374.52 סמ"ר
147. (א) זווית E זווית R (ב)  $\frac{a^2 h}{2}$  (ג)  $2ah + hb + a^2$  (ד) 56 סמ"ק, 111.62 סמ"ר
148. (א)  $\frac{ath}{2}$  (ב)  $3ah + at$  (ג) נפח - 429.12 סמ"ק, שטח הפנים - 359.52 סמ"ר
149. (א) תיבה ומנסרה משולשת.  
(ב) 1176 מ"ק  
(ג) 20 מ'
150. א. נפח המנסרה התחתונה גדול פי 4 מנפח המנסרה העליונה.

הסבר:

כיוון שקצב המילוי הוא אחיד, וזמן המילוי של המנסרה התחתונה ארוך פי 4 מזמן המילוי של המנסרה העליונה, לפיכך גם הנפח של המנסרה התחתונה גדול פי 4 מנפח המנסרה העליונה.  
הערה: אפשר להגיע למסקנה זו גם בחישוב אלגברי.

ב. אורך הניצב של בסיס המנסרה התחתונה גדול פי 2 מאורך הניצב של בסיס המנסרה העליונה.

הסבר:

במנסרה התחתונה: שטח הבסיס הוא  $\frac{1}{2}a^2$ , הגובה הוא c, ולכן הנפח הוא:  $\frac{1}{2}a^2 \cdot c$ .

במנסרה העליונה: שטח הבסיס הוא  $\frac{1}{2}b^2$ , הגובה הוא c, ולכן הנפח הוא:  $\frac{1}{2}b^2 \cdot c$ .

נפח המנסרה התחתונה גדול פי 4 מנפח המנסרה העליונה. לכן:

$$\frac{1}{2}a^2 \cdot c = 4 \cdot \frac{1}{2}b^2 \cdot c$$

$$a^2 = 4b^2$$

$$a = 2b$$

כלומר אורך הניצב של בסיס המנסרה התחתונה גדול פי 2 מאורך הניצב של בסיס המנסרה העליונה.

ג. גובה החיטה מתחתית המגדל קטן מ-c.

הסבר:

הערה כללית: גובה המנסרה התחתונה (וגם גובה המנסרה העליונה) הוא c. לכן באופן כללי אם החיטה במגדל לא ממלאה את המנסרה התחתונה, יהיה גובה החיטה נמוך מ-c; ואם המנסרה התחתונה מלאה, יהיה גובה החיטה בדיוק c.  
אם החיטה ממלאה את המנסרה התחתונה וחלק מהמנסרה העליונה, יהיה גובה החיטה גדול מ-c.

נפח המנסרה התחתונה גדול פי 4 מנפח המנסרה העליונה. לכן נפח המנסרה התחתונה מהווה  $\frac{4}{5}$  מכל הנפח של מגדל האחסון, ואילו נפח המנסרה העליונה מהווה רק  $\frac{1}{5}$  מכל הנפח.  
אם ממלאים את המגדל עד  $\frac{1}{4}$  מהקיבולת שלו, המנסרה התחתונה לא מתמלאה (מכיוון ש-  $\frac{1}{4} (0.25)$  קטן מ-  $\frac{4}{5} (0.8)$ ), ולכן גובה החיטה קטן מ-c.

ד. גובה החיטה קטן מ-c.

הסבר:

בדומה לסעיף הקודם, 50% הוא  $\frac{1}{2}$  מהקיבולת של מגדל האחסון.  $\frac{1}{2} (0.5)$  קטן מ-  $\frac{4}{5} (0.8)$ , ולכן גם במקרה זה המנסרה התחתונה לא מתמלאה, וגובה החיטה קטן מ-c.

ה. גובה החיטה מתחתית המגדל גדול מ-c.

הסבר:

$\frac{5}{6} (0.833)$  גדול מ-  $\frac{4}{5} (0.8)$ , ולכן המנסרה התחתונה מתמלאה, ואף חלק מהמנסרה העליונה מתמלא בחיטה.

151. מקרה 1:

הכביש הבינעירוני עובר דרך שני היישובים הללו.

פתרון:

אפשר למקם את הסופרמרקט בכל מקום בין שני היישובים.

הסבר: נבחר נקודה כלשהי על הקטע AB ונסמנה ב-C.

סכום הקטעים AC + BC שווה לאורך הקטע AB.

מכאן שהסכום AC + BC הוא קבוע ולא משתנה, גם אם נשנה

את המקום של הנקודה C.

מקרה 2:

היישוב A נמצא על הכביש הבינעירוני, והיישוב B

לא נמצא על הכביש.

פתרון:

צריך למקם את הסופרמרקט ביישוב שנמצא על הכביש - היישוב A.

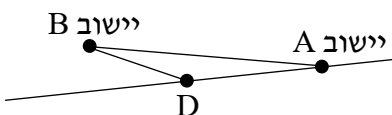
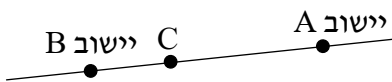
הסבר: נניח שנבחרה נקודה על הכביש. נסמן אותה ב-D.

נחבר את הנקודות B ו-A עם הנקודה D על-ידי קטעים.

לפי התכונה של צלעות המשולש, סכום כל שתי צלעות במשולש

גדול מהצלע השלישית. לכן נקבל  $BD + DA > AB$ . מכאן נובע

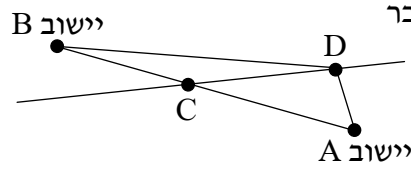
שהקטע AB הוא המרחק הקצר ביותר.



מקרה 3 :

שני היישובים נמצאים משני צדי הכביש הבינעירוני.

פתרון :



צריך למקם את הסופרמרקט בנקודת החיתוך של הקטע, המחבר

את הנקודות A ו-B עם הכביש הבינעירוני, כלומר בנקודה C.

הסבר : סכום הקטעים  $AC + BC$  שווה לקטע AB.

המרחק הקצר ביותר בין שתי נקודות הוא הקטע AB.

נניח שנבחרה נקודה אחרת על הכביש. נסמן אותה ב-D.

נחבר את הנקודות B ו-A עם הנקודה D על-ידי קטעים.

מכיוון שסכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע

השלישית, נקבל  $BD + DA > AB$ .

מכאן נובע שהקטע AB הוא המרחק הקצר ביותר.

מקרה 4 :

שני היישובים נמצאים מצד אחד של הכביש הבינעירוני.

פתרון :

צריך למקם את הסופרמרקט בנקודת החיתוך של הקטע,

המחבר את הנקודות B ו-E עם הכביש הבינעירוני,

כלומר בנקודה C. (הנקודה E סימטרית לנקודה A ביחס לכביש הבינעירוני.)

הסבר : נעביר את הבעיה הזאת לבעיה הקודמת על-ידי שימוש בשיקוף.

נשקף את הנקודה A ביחס לכביש הבינעירוני ונסמן אותה ב-E. נחבר את הנקודות B ו-E על-ידי

קטע, ונסמן את נקודת החיתוך של הקטע BE עם הכביש הבינעירוני ב-C.

באופן זה הקטע AC סימטרי לקטע CE ולכן הם שווים, כלומר:  $AC = CE$ .כפי שציינו,  $BC + CE$  הוא המרחק הקצר ביותר (לפי מקרה 3), אך  $AC = CE$ , ולכן:  $BC + AC$ 

הוא המרחק הקצר ביותר.

