

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 315,035805
נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

פונקציות חזקה
— $33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
— $33\frac{1}{3} \times 2 - 66\frac{2}{3}$ נקודות
— סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונות שתי סדרות, a_n ו- b_n , המוגדרות לכל n טבעי לפי הכלל:

$$a_{n+1} = 3a_n + 5$$

$$b_n = a_n + 2.5$$

א. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית, ומצא את המנה שלה ($a_n \neq -2.5$).

נתון גם כי $b_1 = 2$.

ב. הבע באמצעות n את a_n .

ג. (1) הבע באמצעות n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n .

(2) הבע באמצעות n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$, שבסיסה

הם משולשים שווי-צלעות (ראה ציור).

$A'E$ הוא הגובה ל- BC במשולש $A'BC$.

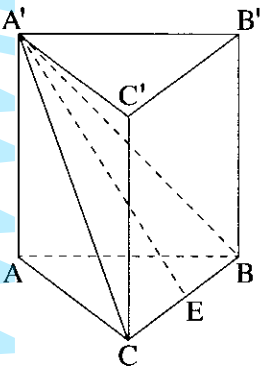
הזווית בין $A'E$ ובין מישור הבסיס ABC היא α .

גובה המנסרה הוא h .

א. הבע באמצעות h ו- α את אורך צלע הבסיס של המנסרה.

ב. אם נתון כי $\alpha = 30^\circ$, מצא את גודל הזווית שבין $A'C$

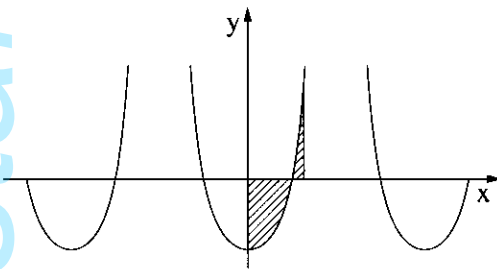
למישור ABC .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2$

בקטע $-\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ (ראה ציור).

א. בקטע הנתון מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה

ואת האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה- y .

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- x

(השטח המקווקו בציור).

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_2(-x^2 + 4x + 32)$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בתשובתך השאר, במידת הצורך, שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה ומקביל לציר ה- x .

בתשובתך תוכל להשאיר \log או תוכל להשאיר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

5. א. ב- 1/1/2000 מנתה אוכלוסיית מדינה מסוימת 2.5 מיליון תושבים.
מספר התושבים גדל בצורה מעריכית, ועד 1/1/2010 גדלה האוכלוסייה ב- 63%.
כעבור כמה שנים מ- 1/1/2000 יהיה מספר התושבים במדינה 8 מיליון?
- ב. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{x^2 - m} - e^m - x^2$. m הוא פרמטר.
(1) הבע באמצעות m (במידת הצורך) את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
(2) נתון כי הישר $y = 0$ משיק לגרף הפונקציה.
מצא את הערך של m .
הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך