

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: חורף תשע"ד, 2014  
 מספר השאלון: 316,035806  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	–	אלגברה והסתברות	–	$16 \frac{2}{3} \times 2$	–	$33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני	–	גאומטריה וטריגונומטריה	–	$16 \frac{2}{3} \times 2$	–	$33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שלישי	–	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	–	$16 \frac{2}{3} \times 2$	–	$33 \frac{1}{3}$ נקודות
	–	סה"כ	–		–	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון — אלגברה והסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה —  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נמל A ונמל B נמצאים על אותה גדה של נהר, שכיוון הזרם שלו הוא מ־A ל־B.

הרפסודה הפליגה בשעה 9:00 בבוקר מנמל A אל נמל B, והיא נישאה על גבי הזרם של הנהר כך שמהירות הרפסודה היא מהירות הזרם.

באותה שעה הפליגה סירה מנמל B (נגד כיוון הזרם) לכיוון נמל A.

מהירות הסירה במים עומדים היא 15 קמ"ש.

הסירה הגיעה לנמל A, ומיד חזרה אל נמל B.

ידוע כי הרפסודה והסירה יגיעו לנמל B באותה שעה.

נתון כי הרפסודה והסירה נפגשו לראשונה כעבור 5 שעות מרגע הפלגתן.

האם הסירה והרפסודה יגיעו לנמל B עד לשעה 9:00 בערב באותו היום? נמק.

מהירות הזרם ומהירות הסירה במים עומדים הן קבועות.

הערה: בחישוביך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

2. נתונה סדרה הנדסית איך-סופית יורדת:  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה,

ומתקבלת, סדרה הנדסית חדשה:  $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 3.

מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית:  $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$

א. הוכח כי הסדרה השלישית היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25.

מצא את  $n$ .

3. בעיר מסוימת יש תושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, יש תושבים המשתתפים

בחוג לתאטרון ויש תושבים המשתתפים בשני החוגים.

נמצא כי המאורע "תושב העיר משתתף בחוג לריקודי עם"

והמאורע "תושב העיר משתתף בחוג לתאטרון" הם מאורעות בלתי תלויים.

מספר התושבים שמשותפים בחוג לריקודי עם גדול פי 2 ממספר התושבים שמשותפים

בחוג לתאטרון.

מבין התושבים שמשותפים בחוג לתאטרון, 60% משותפים בחוג לריקודי עם.

א. מהו אחוז התושבים בעיר שמשותפים בחוג לריקודי עם וגם בחוג לתאטרון?

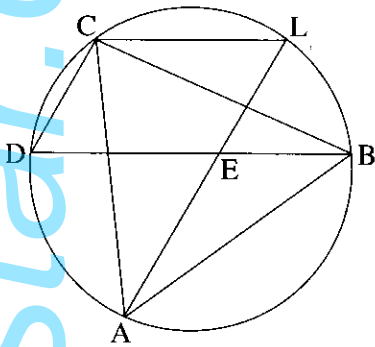
ב. יום אחד נערך בעיר כנס שהשתתפו בו כל התושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, ורק הם.

עיתונאי ראיין 6 משותפים בכנס שנבחרו באקראי.

מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם משותפים בחוג לתאטרון?

**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה —  $16\frac{2}{3}$  נקודות).  
**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. משולש שווה-צלעות ABC חסום במעגל.

נקודות D ו- L נמצאות על המעגל כך ש-  $BD \parallel LC$ .

המיתרים AL ו- BD נחתכים בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע LE DC הוא מקבילית.

ב. (1) הוכח כי  $\triangle ADE$  הוא משולש שווה-צלעות.

(2) הוכח כי  $LC + LB = LA$ .

5. במשולש ABC האנך האמצעי לצלע BA חותך

את הצלעות BC ו- BA בנקודות E ו- D בהתאמה (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle ABC = \beta$ .

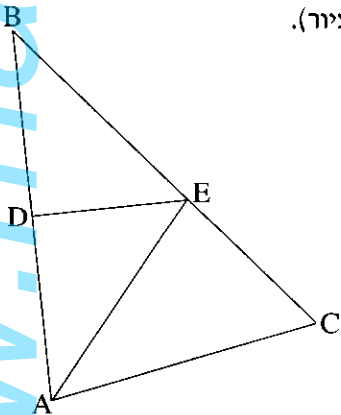
א. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את  $\angle EAC$ .

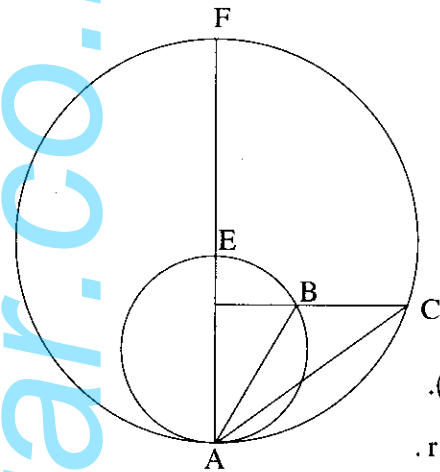
(2) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את היחס  $\frac{CE}{EB}$ .

נתון גם: AE חוצה-זווית BAC,

$10$  ס"מ  $AC = m$ ,  $\beta = 40^\circ$ .

ב. חשב את הרדיוס של המעגל החסום במשולש ABC.





6. שני מעגלים, גדול וקטן, משיקים מבפנים בנקודה A.

נקודה F נמצאת על המעגל הגדול כך שקטע המרכזים

של שני המעגלים נמצא על AF.

AF חותך את המעגל הקטן בנקודה E.

דרך נקודה B שעל המעגל הקטן העבירו ישר המקביל

למשיק המשותף לשני המעגלים.

המקביל חותך את המעגל הגדול בנקודה C (ראה ציור).

רדיוס המעגל הגדול הוא R, ורדיוס המעגל הקטן הוא r.

נתון:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle FAB = \beta$ .

א. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את  $\angle BCA$ . נמק.

(2) הבע רק באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את היחס  $\frac{AC}{AB}$ .

ב. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את היחס  $\frac{R}{r}$ .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות**

(33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

יזענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x^2 - x + a}$ . הוא פרמטר גדול מ-1.

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצא את האסימפטוטות של  $f(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

(3) ידוע כי גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות בדיוק.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. בתחום  $x \leq 0$ , השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = -1$

ועל ידי ציר ה- $x$ , שווה ל- $\frac{1}{2}$ .

חשב את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  (מצא ערכים מספריים).

8. במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ) אורך השוק הוא  $b$ .  
 $BD$  הוא גובה לשוק  $AC$ .  $DE$  הוא אנך לבסיס  $BC$ .  
 סמן  $\sphericalangle BAC = 2x$ , ומצא מה צריך להיות הגודל של  $\sphericalangle BAC$ ,  
 כדי שאורך האנך  $DE$  יהיה מקסימלי.  
 בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

9. בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה  $f(x)$  בקטע  $1 < x < 2$ .

$x$	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	1.19	1.28	1.36	1.43

הפונקציה  $f(x)$  חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות בקטע זה.  
 נתון כי פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  שלילית בקטע הנתון.

- א. קבע מהו הסימן של  $f'(1.2)$ . נמק.
- ב. קבע אם הטענה  $f'(1.3) < f'(1.2) < f'(1.1)$  נכונה. נמק.
- נתונה הפונקציה  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  בקטע  $1 < x < 2$ .
- ג. בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה). נמק.
- ד. הראה כי בתחום  $1.1 \leq x \leq 1.3$  אין פתרון למשוואה  $g'(x) = f'(x)$ .

## בהצלחה!