

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטראניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b$ (ראה ציור).

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A, A_1, B, B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

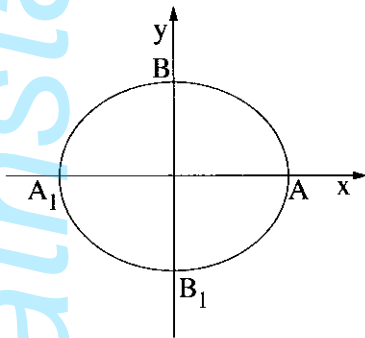
א. מצא את משוואת האליפסה.

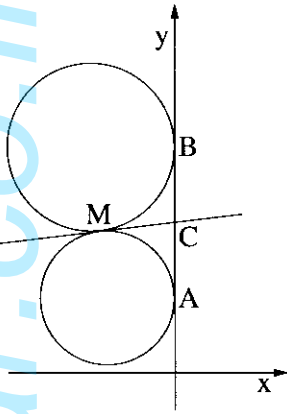
ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של

ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור $[x, y]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא $S(0, 3, 4)$.

מצא את נפח הפירמידה.





2. שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני, 2.

משיקים לציר ה- y בנקודות $A(0, 1)$ ו- $B(0, 3)$.
המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- y
בנקודה C .

$$\text{הראה כי } MC = \frac{1}{2}AB.$$

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של
נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדרוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

3. נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על

אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.

נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

$$\text{נסמן: } \vec{EA} = \underline{w}, \vec{FE} = \underline{v}, \vec{CF} = \underline{u}.$$

$$\text{נתון: } \underline{v} \perp \underline{u}, \underline{v} \perp \underline{w}.$$

$$|\underline{u}| = \sqrt{7}, |\underline{v}| = \sqrt{13}, |\underline{w}| = \sqrt{5}$$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים \underline{w} ו- \underline{u} הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC .

נתון גם: $A(0, 2, 3)$, $B(2, 6, 3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB .

ב. מצא את משוואת המישור π .

ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$

מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו- II

של הפונקציות $f(x)$ ו- $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.

מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר ℓ_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המקסימום של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

הישר ℓ_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המינימום של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

מצא את משוואת הישר ℓ_1 , ואת משוואת הישר ℓ_2 .

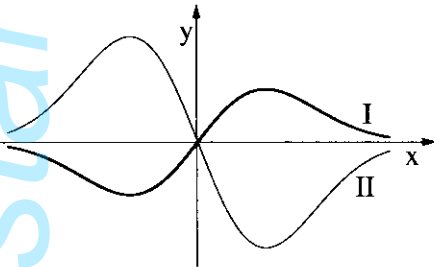
ד. השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_1 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1 .

השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_2 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2 .

מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.



5. בציור שלפניך מוצג הגרף

$$f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$$

של פונקציית הנגזרת
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:

(1) את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה $f(x)$. נמק.

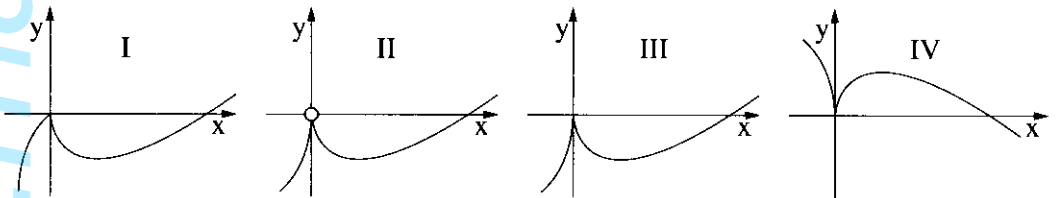
(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.

(אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.



בהצלחה!